

Розділ 6

Приклад 6.1.

Визначити за якої max оптичної різниці ходу буде спостерігатись інтерференційна картина від:

а) газорозрядної лампи ($\Delta\lambda = 0,001 \text{ нм}$, $\lambda = 0,63 \text{ мкм}$)

б) ~~лазера~~ лазера ($\lambda = 0,63 \text{ мкм}$, $\Delta\nu = 10 \text{ Гц}$)

Розв'язання: а) ступінь когерентності джерела можна

визначити, ввівши до розгляду, наприклад $m_{\max}$ max порядок інтерференції. $m_{\max} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{0,63 \cdot 10^{-6} \text{ м}}{10^{-12} \text{ м}} = 6,3 \cdot 10^5$

Ця величина пов'язана з максимальною різницею ходу

$$\Delta_{\max} = m_{\max} \lambda = 6,3 \cdot 10^5 \cdot 0,63 \cdot 10^{-6} \text{ м} \approx 40 \text{ см}$$

Часова когерентність джерела характеризується довжиною когерентності

$$L_k = \Delta_{\max} \text{ або час когерентності } \tau_k = \frac{L_k}{c} = \frac{0,4 \text{ м}}{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}} \approx 10^{-9} \text{ с}$$

б) Визначимо $\Delta\lambda$ лазера: $\nu = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \Delta\nu = \frac{c}{\lambda^2} \Delta\lambda$

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2 \cdot \Delta\nu}{c} = \frac{(0,63)^2 \cdot 10^{-12} \cdot 10}{3 \cdot 10^8} \text{ м} = 0,13 \cdot 10^{-10} \text{ нм}$$

$$m_{\max} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{0,63 \cdot 10^{-6} \text{ м}}{0,13 \cdot 10^{-10} \text{ м}} = 5 \cdot 10^{13}$$

$$\Delta_{\max} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} = m_{\max} \cdot \lambda = 5 \cdot 10^{13} \cdot 0,63 \cdot 10^{-6} \text{ м} \approx 30000 \text{ км} = L_k$$

$$\tau_k = \frac{L_k}{c} = \frac{3 \cdot 10^7 \text{ м}}{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}} \approx 0,1 \text{ с}$$

Приклад 6.2

Оцінити долю дорівнює видності двопроменевої інтерференційної картини, якщо γ -частка когерентного світла, однакова для обох променів. Частка некогерентного $(1-\gamma)$

Розв'язання: Нехай промені, що інтерферують, мають інтенсивності $I_1 = I_2 = I_0$. Інтенсивність кожного пучка буде складатися з когерентної та некогерентної частин $I_1 = \gamma I_0 + (1-\gamma) I_0$. Сумарна інтенсивність частини додається (не інтерферуючи) $\Rightarrow 2(1-\gamma) I_0$. Для когерентної частини світла буде спостерігатися інтерференція $I_{\text{інт}} = 4 I_0 \gamma \cos^2 \frac{\delta}{2}$. Загальна інтенсивність у точці спостереження дорівнює $I = 2 I_0 (1-\gamma) + 4 I_0 \gamma \cos^2 \frac{\delta}{2}$, або $\Rightarrow I = 2 I_0 (1 + \gamma \cos \delta)$

Враховуємо, що видність інтерференційної картини V :

$$V = \frac{I_{\text{max}} - I_{\text{min}}}{I_{\text{max}} + I_{\text{min}}}, \text{ тоді } V = \frac{2 I_0 (1 + \gamma) - 2 I_0 (1 - \gamma)}{2 I_0 (1 + \gamma) + 2 I_0 (1 - \gamma)} = \gamma$$

Якщо $\gamma = 1$, то $V = 1$ (при $I_1 = I_2$)

Приклад 6.3

Як залежить відношення інтерференційної картини когерентних хвиль від співвідношення їх інтенсивностей

$$\frac{I_1}{I_2} = n, \text{ де } n = 1, 2, 3, \dots, 10?$$

Розв'язання: Урахуємо, що відношення $V = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$, а

відношення інтенсивностей $\frac{I_1}{I_2} = n$. Тоді $V = 2\sqrt{n}/(n+1)$.

Підставляємо $n = 1, 2, \dots, 10$. Відношення спадає від 1 до 0,57.

Приклад 6.4 ($\lambda_1 = 576,97 \text{ нм}$, $\lambda_2 = 579,03 \text{ нм}$)

У якому найменшому порядку інтерференції відношення інтерференційної картини буде найгіршою?

Розв'язання: Причиною періодичного просторового погіршення інтерференційної картини є збіг максимуму інтерференції від однієї лінії з мінімумом інтерференції від іншої:

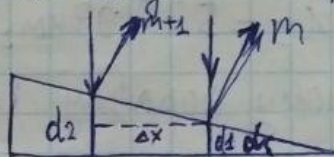
$$m \lambda_2 = (2m+1) \frac{\lambda_1}{2}$$

Найменший порядок інтерференції, за якого відношення інтерференційної картини буде найгіршою для дублету ліній з наведеними в умові параметрами буде $m = \frac{\lambda_{\text{сер}}}{2(\lambda_2 - \lambda_1)} \approx 140$

Приклад 6.5

Паралельний пучок променів з довжиною хвилі $\lambda = 0,55 \mu\text{m}$ падає нормально на поверхню скляного клина, кут між гранями якого $\alpha = 3'$. У відбитому світлі спостерігається система інтерференційних смуг. Знайти:

- а) відстань Δx між сусідніми максимумами інтерференційної картини. б) ступінь монохроматичності світла $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$, якщо зникнення інтерференційних смуг спостерігається на $b \approx 1,5 \text{ cm}$ від вершини клина.



Розв'язання:

- а) Інтерференція в даній схемі спостерігається завдяки накладанню променів, відбитих від різних поверхонь клина. Якщо врахувати малий кут між гранями, то $\Delta = 2dn + \frac{\lambda}{2}$ з'являється тому, що один із променів відбивається від межі з оптично більш густим середовищем

$$\begin{cases} 2d_2n + \frac{\lambda}{2} = (m+1)\lambda \\ 2d_1n + \frac{\lambda}{2} = m\lambda \end{cases}$$

Звідси $2n(d_2 - d_1) = \lambda$.

$$\frac{d_2 - d_1}{\Delta x} \approx \alpha \Rightarrow \Delta x \approx \frac{\lambda}{2n\alpha} \approx 0,21 \text{ mm}$$

5) Зникнення картини відбувається при накладанні
 max $(m+1)$ -го порядку для довжини хвилі λ , на max
 m -го порядку для довжини хвилі $\lambda + \Delta\lambda$
 Умови зникнення можна записати, як $(m+1)\lambda = m(\lambda + \Delta\lambda)$
 $m_{\max} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \Rightarrow l = m_{\max} \cdot \Delta x \Rightarrow m_{\max} = \frac{l}{\Delta x}$

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx \frac{\Delta x}{l} = \frac{\lambda}{2n\lambda \cdot l} = 0,014$$

Приклад 6.6.

Відстані від біпризми Френеля до джерела світла у вигляді
 вузької щілини і до екрана з інтерфер картиною $a = 25\text{ см}$
 та $b = 25\text{ см}$. Заломлюючий кут $\theta = 20^\circ$. Знайти довжину
 хвилі світла, якщо $\Delta x = 0,55\text{ мм}$



Розв'язок: $\Delta x = \frac{\lambda(a+b)}{2l}$

$2l$ — відстань між уявними джерелами, які утворюються
 відхиленням променів на кут φ при проходженні світла.

Для призми з малим заломлюючим кутом θ , $\varphi = (n-1)\theta$
 з рисунку видно, що $2l = 2\varphi \cdot a = 2a(n-1)\theta \Rightarrow \Delta x = \frac{\lambda(a+b)}{2a(n-1)\theta}$
 $\Rightarrow \lambda = \frac{2a(n-1)\theta}{(a+b)} \Delta x = 0,56\text{ мкм}$

Приклад 6.7 $n=1,52, \theta=5^\circ, n'=1,5 \rightarrow$

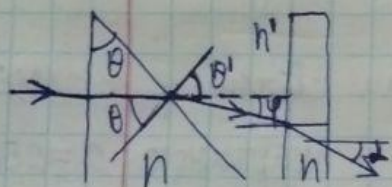
Плоска хвиля з $\lambda=0,7 \text{ мкм}$ падає нормально на основу скляної біпризми n із заломлювальним кутом θ . За біпризмою розташована

плоско-паралельна скляна пластинка того самого

типу скла але заповнена бензолом n' . Знайти ΔX .

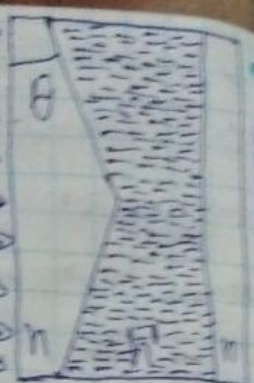
Розв'язання: За законом Снеліуса $n\theta = n'\theta'$

$$\varphi = \theta' - \theta = \left(\frac{n}{n'} - 1\right)\theta$$



$$\Delta = n'\varphi = \theta(n - n') \Rightarrow$$

$$\Delta X = \frac{\lambda}{2\Delta} = \frac{\lambda}{2(n - n')\theta} = 0,2 \text{ мм}$$

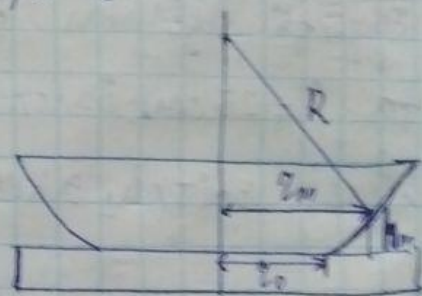


Приклад 6.8 $R=12,5 \text{ см}$

Плоско-опукла лінза з R кривизни притиснута до скляної пластинки.

Діаметри кілець Ньютона $d_{10}=40 \text{ см}$

і $d_{15}=1,5 \text{ см}$. Визначити λ .



Розв'язання: Темні кільця утворюються в місцях, де товщина клина h_m відповідає умові інтерференційного мінімуму: $2h_m + \frac{\lambda}{2} = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$

З геометричних міркувань $h_m = (R - \sqrt{R^2 - r_m^2}) - (R - \sqrt{R^2 - r_0^2})$

$$R \gg r_m, r_0 \Rightarrow \sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2} \quad (x \ll 1) \Rightarrow h_m \approx \frac{r_m^2}{2R} - \frac{r_0^2}{2R}$$

Умови ті для двох темних кілець:

$$\frac{r_m^2 - r_k^2}{R} = m\lambda, \quad \frac{r_k^2 - r_0^2}{R} = k\lambda \Rightarrow r_m^2 - r_k^2 = (m-k)2R$$
$$\Rightarrow \lambda = \frac{d_m^2 - d_k^2}{4R(m-k)} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

Приклад 6.9 Знайти для еталона Фабрі-Перо, товщина якого $d = 2,5 \text{ см}$: а) max порядок інтерф світла з $\lambda = 0,5 \text{ мкм}$. б) дисперсійну ділянку $\Delta\lambda$, якщо $\lambda = 0,5 \text{ мкм}$

Розв'язання:

а) $m_{\max} = \frac{\Delta_{\max}}{\lambda}$, якщо $n_2 \approx 1 \Rightarrow \Delta = 2d \cos \theta \Rightarrow$
 $m_{\max} = \frac{2d}{\lambda} = 10^5$

б) Перекриття спектрів сусідніх порядків вказує на те, що під одним кутом θ спостерігаються (накладаються) два max

Умова цього така: $2d \cos \theta = (m+1)\lambda$ та $2d \cos \theta = (\lambda + \Delta\lambda)m$

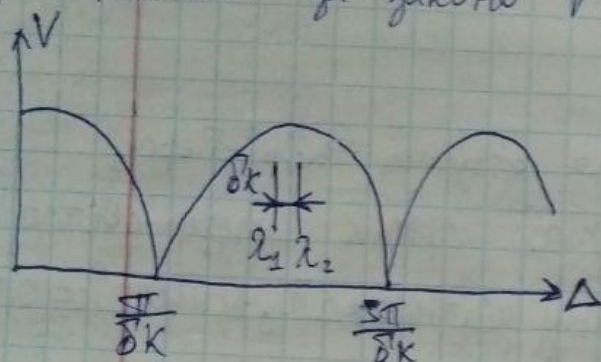
$$\Rightarrow (m+1)\lambda = m(\lambda + \Delta\lambda) \Rightarrow \lambda = m \cdot \Delta\lambda \Rightarrow \Delta\lambda = \frac{\lambda}{m}$$

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{m_{\max}} = 0,005 \text{ Å}$$

Приклад 6.10

Для зміщення інтерф картини на 100 см , необхідно перемістити рухоме дзеркало на $d_1 = 29 \cdot 10^{-3} \text{ см}$. При переміщенні на $d_2 = 14,4 \cdot 10^{-3} \text{ см}$ інтерф картина зникає. Знайти різницю довжин хвиль спектральних ліній світла.

Розв'язання: Оптична різниця ходу двох променів змінюється за законом $V = |\cos \frac{\Delta \cdot \delta k}{2}|$



$$\delta k = k_2 - k_1 = 2\pi \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right),$$

k - хвильовий вектор

Умова збіжності: $\Delta_2 = 2d_2 = m_2 \lambda_1 = (m_2 + \frac{1}{2}) \lambda_2$
 $\Rightarrow m_2 = \frac{2d_2}{\lambda_1}$

$$(m_2 + \frac{1}{2}) \lambda_2 = m_2 \lambda_1 \Rightarrow m_2 (\lambda_1 - \lambda_2) = \lambda_2 / 2 \Rightarrow \Delta \lambda = \frac{\lambda_2}{2m_2}$$

$$\Delta \lambda = \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2}{4d_2} \approx \frac{\lambda_{\text{ср}}^2}{4d_2}, \quad \lambda_{\text{ср}} = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$$

Переміщенню картини відповідає $\Delta_1 = 2d_1$

$$\Delta_1 = 2d_1 = m_1 \lambda_{\text{ср}}, \quad m_1 = 100 \Rightarrow \lambda_{\text{ср}} = \frac{2d_1}{m_1}$$

$$\Delta \lambda = \frac{4d_1^2}{m_1^2 4d_2} = 5,83 \text{ \AA}$$

$$m_2 = \frac{2 \cdot 14,4 \cdot 10^{-3}}{0,58 \cdot 10^{-4}} \approx 500$$

Приклад 6.11

Чому $= \gamma_m$ ($m=10$), якщо відстань між дзеркалами $d=5\text{ см}$, а кільця на екрані, який у фокальній площині лінзи з $f=1\text{ м}$. $\lambda=500\text{ нм}$.

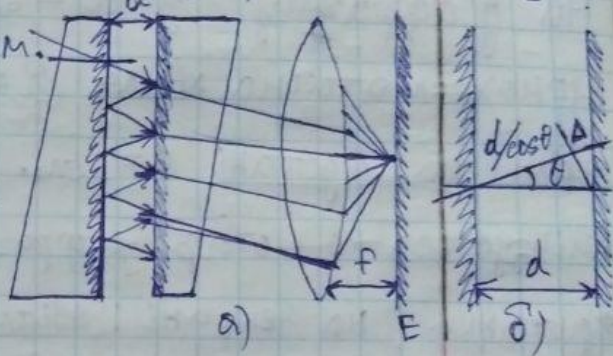
Розв'язання:

$$\Delta = \frac{d}{\cos\theta} - d = \frac{d}{\cos\theta}(1 - \cos\theta) = \frac{2d}{\cos\theta} \cdot \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

$$\theta \rightarrow 0 \Rightarrow \Delta \approx d \cdot \frac{\theta^2}{2}$$

$$d \cdot \frac{\theta^2}{2} \approx m\lambda \Rightarrow \theta \approx \sqrt{\frac{2m\lambda}{d}}$$

$$\gamma_m = f \cdot \theta = f \sqrt{\frac{2m\lambda}{d}} \approx 1,4\text{ см}$$



Приклад 6.12 $\langle \lambda \rangle = 0,55\text{ мкм}$

Визначити показник заломлення, найменшу товщину просвітлювального покриття для лінзи зі скла $n_2=1,6$. На скільки % знизяться втрати світла за рахунок відбиття.

Розв'язання: $n_1 = \sqrt{2,6} = 1,265$

$$d_{\min} = \frac{\lambda_0}{4n_1} = 0,11\text{ мкм}$$

$$T_1 = (1 - R_{02})^2 = \left[1 - \left(\frac{n_0 - n_2}{n_0 + n_2} \right)^2 \right]^2 = 0,8964$$

$$R_1 = 1 - T_1 = 0,1036$$

$$R_1' = 0,0537$$

$$T_1' = (1 - R_{01})^2 \cdot (1 - R_{12})^2 = \left[1 - \left(\frac{n_0 - n_1}{n_0 + n_1} \right)^2 \right]^2 \cdot \left[1 - \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 \right]^2 = 0,9437$$

$$\Delta R_1 = R_1 - R_1' = 0,0499 \approx 5\%, \text{ до просвітлення } R_1 = 0,1036 \approx 10\%$$